



מבחן סיכום באלגוריתמים ב' - מועד א' 5.7.01

- מספר המחברת שלך הוא _____ .
- בבחינה 7 דפים כולל דף הפתיחה, יש לוודא **עכשיו** כי כל הדפים בידוך.
- בבחינה 4 שאלות, יש לפתור את כל השאלות.
- יש לקרוא כל שאלה היטב, הבנת השאלות היא חלק מן המבחן.
- כל חומר עזר מותר.
- משך הבחינה שלוש שעות.
- התשובות תכתבנה על גבי טופס המבחן, במקרה הצורך אפשר להשתמש גם במחברת.

	שאלה 1
	שאלה 2
	שאלה 3
	שאלה 4
	סך הכל

בהצלחה!!

שאלה מספר 1 (25 נקודות)

חוק הנישואין קובע:

1. לכל אישה מותר לשאת מספר בלתי מוגבל של גברים.
2. לכל גבר מותר לשאת מספר בלתי מוגבל של נשים.
3. אסור שיווצר מעגל נישואין.

דוגמא:

1. משה וציפורה יכולים להנשא.
2. ציפורה ודוד יכולים להנשא.
3. דוד ובת-שבע יכולים להנשא.
4. אם שלושת הזוגות הקודמים נשאו, אז בת-שבע ומשה אינם יכולים להנשא, כי יוצר המעגל (משה, ציפורה, דוד, בת-שבע, משה)

תוכנת שידוכים מקבלת קלט בשני שלבים:

- בשלב הראשון הקלט הוא n שמות של גברים ו n שמות של נשים.
בשלב השני, התוכנה מקבלת סדרה בת m זוגות.
על התוכנה לבדוק את הסדרה, זוג אחר זוג. לגבי כל זוג על התוכנה להחליט האם הזוג מותר לנישואין.
בכל מקרה שזוג מותר לנישואין, החתונה מתבצעת מיידי ועל התוכנה להביא זאת בחשבון בטיפול בהמשך סדרת הזוגות.

עליכם להציע אלגוריתם, יעיל ככל האפשר, כדי לטפל בבעיית השידוכים:

- 1.1 תארו את האלגוריתם במילים, ציינו מהם מבני הנתונים בהם אתם משתמשים ובאיזה צורה.

1.2 תארו את האלגוריתם בקוד דמה?

1.3 נמקו את נכונות האלגוריתם.

1.4 מהי סיבוכיות האלגוריתם? נמקו תשובתכם.
שימו לב: נסמן ב m את אורך סדרת הזוגות בקלט. סיבוכיות האלגוריתם תבוטא כפונקציה של אורך הקלט בשני השלבים, כלומר של n ושל m .

שאלה מס' 2 (25 נקודות)

גרף **דו-צבעי** הוא גרף לא מכוון, $G(V, E)$ בו לכל קשת יש צבע לבן או שחור. במלים אחרות $E = E_1 \cup E_2$, כאשר $E_1 \cap E_2 = \emptyset$, צבע הקשתות ב E_1 לבן וצבע הקשתות ב E_2 שחור. מסלול α בגרף G הוא **מתחלף** אם קשתות α הן בצבעי לבן ושחור **לסידור**. כלומר, אם α הוא המסלול $\alpha = (s, v_1) = e_1, e_2, \dots, e_l = (v_{l-1}, t)$ ואם צבע הקשתות e_1, e_3, \dots הוא לבן וצבע שאר הקשתות הוא שחור, אז α הוא **מתחלף**.

עליכם להציע אלגוריתם, **יעיל ככל האפשר**, הפותר את הבעיה הבאה:

קלט: 1. גרף דו צבעי $G(V, E)$.

2. צומת $s \in V$.

פלט: לכל צומת $u \in V$, אורך המסלול המתחלף המינימלי מ s אל u .

1.1 תארו את האלגוריתם במלים.

1.2 תארו את האלגוריתם בעזרת קוד דמה.

1.3 נמקו את נכונות האלגוריתם.

1.4 מהי סיבוכיות האלגוריתם? נמקו בקצרה.

שאלה מספר 3 (25 נקודות)

יהי T עץ פורש בגרף G :

יהי T' הגרף המתקבל מהורדת קשת אחת מ T והוספת קשת אחרת במקומה.

עבור כל אחת מן הטענות הבאות יש לקבוע האם היא נכונה תמיד, שגויה תמיד או נכונה לפעמים :

- .1 T' הוא עץ.
- .2 ב T' יש שני רכיבי קשירות.
- .3 ל T' אין אף עלה.
- .4 מספר העלים ב T' גדול או שווה ממספר העלים ב T .
- .5 ב T' יש רכיב קשיר שהוא עץ.
- .6 ב T' יש שלושה רכיבי קשירות.
- .7 ב T' יש מעגל.

סווגו את הטענות, לנכונות תמיד, שגויות תמיד ונכונות לפעמים :

7	6	5	4	3	2	1	התשובה
							סמנו אם נכון תמיד
							סמנו אם שגוי תמיד
							סמנו אם נכון לפעמים

שאלה מס' 4 (25 נקודות)

נתון גרף לא מכוון $G(V, E)$ הקוטר של G , $D(G)$ מוגדר כדלהלן:

$$Diam(G) = \max_{(u,v) \in V} d(u, v)$$

כלומר המרחק המכסימלי בין שני צמתים בגרף.

יהי $G(V, E)$ גרף ונתון כי $Diam(G) = 2$ עבור כל אחת מן הטענות הבאות ציינו אם היא נכונה או לא:

1. הגרף G הוא עץ
לא

כן

<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
--------------------------	--------------------------

2. בגרף G אין מעגלים זוגיים.
לא

כן

<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
--------------------------	--------------------------

3. הגרף G קשיר
לא

כן

<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
--------------------------	--------------------------

4. בגרף G יש צומת יחיד שמרחקו מכל צומת אחר הוא 1.

כן לא

<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
--------------------------	--------------------------